UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
SUPLETORIO. EXAMEN FINAL DEL CURSO MATE 1214-1215
CALCULO INTEGRAL CON ECUACIONES DIFERENCIALES

Nota: "Solución sin desarrollo no vale. Si utiliza algún teorema, mencione claramente qué teorema es y explique por qué puede utilizarlo"

1. Calcule las siguientes integrales:

   a) (5 puntos)$\int \ln(1+x^2)\,dx$

   b) (5 puntos)$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+2}}\,dx$

2. Para cada serie diga si converge o diverge, justificando claramente su respuesta:

   a) (5 puntos)$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

   b) (6 puntos)$\sum_{3}^{\infty} \frac{cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{n^2}$

3. Resuelva los siguientes problemas de valor inicial:

   a) (7 puntos)$2xy' + y = 2x, y(1) = 1$

   b) (7 puntos)$y'' + 4y' + 4y = xe^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$

4. (5 puntos)Calcule el área del rizo (bucle) interior del caracol $r = 1 - 2cos\theta$

5. (10 puntos)Encuentre un desarrollo en serie de potencias de x (serie de Maclaurin), para la función $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, use este desarrollo para calcular la derivada 1011 de la función en $x = 0$, identifique además el intervalo de convergencia de la serie.

TIEMPO: 2 HORAS

No se permite el uso de calculadora, apuntes, textos ni tablas.

Mate1214, 1215–Cálculo integral con ecuaciones diferenciales

Nombre	Código	Sección	Nota

Nota: «Solución sin desarrollo no vale. Si utiliza algún teorema, mencione claramente qué teorema es y explique por qué puede utilizarlo»

1. Calcule las siguientes integrales:

   a) $\int x \operatorname{sen}(x)\cos(x)dx$

   b) $\int \frac{x^3+6x-1}{x^2+5x+6}dx.$

2. Para cada serie diga si converge o diverge, justificando claramente su respuesta

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n^2}$

   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

3. Resuelva el siguiente problema de valor inicial:

$$y'' - 2y' + 2y = x, \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

4. Construya en un mismo plano las gráficas de las funciones polares $r = 2\cos(3\theta)$, $r = 1$ y calcule el área interior a la primera que es exterior a la segunda.

5. Encuentre un desarrollo en serie de potencias de x (serie de Maclaurin), para la función $f(x) = \ln(x^2+1)$ y determine el intervalo de convergencia de dicha serie.

[1] El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad"

[2] **TIEMPO: DOS HORAS**
NOTA: NO SE PERMITE EL USO DE TEXTOS, TABLAS, APUNTES NI CALCULADORAS

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Mate1214, 1215–Cálculo integral con ecuaciones diferenciales

Nombre	Código	Sección	Nota

Nota: «Solución sin desarrollo no vale. Si utiliza algún teorema, mencione claramente qué teorema es y explique por qué puede utilizarlo»

1. Calcule las siguientes integrales:

   a) $\int x \operatorname{sen}(x) \cos(x) dx$

[1] El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad"

[2] **TIEMPO: DOS HORAS**

NOTA: NO SE PERMITE EL USO DE TEXTOS, TABLAS, APUNTES NI CALCULADORAS

$b)$ $\displaystyle\int \frac{x^3 + 6x - 1}{x^2 + 5x + 6} dx.$

2. Para cada serie diga si converge o diverge, justificando claramente su respuesta

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

3. Resuelva el siguiente problema de valor inicial:

$$y'' - 2y' + 2y = x, \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

4. Construya en un mismo plano las gráficas de las funciones polares $r = 2\cos(3\theta)$, $r = 1$ y calcule el área interior a la primera que es exterior a la segunda.

5. Encuentre un desarrollo en serie de potencias de x (serie de Maclaurin), para la función $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ y determine el intervalo de convergencia de dicha serie.