Departamento de Matemáticas **Universidad de los Andes**

EXAMEN FINAL

MATE-1507 – Matemáticas 2 (Bio-Med)

NOMBRE: ____

Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas.

Firma:

PARTE I -70%

10 preguntas

Para cada una de las siguientes afirmaciones, marcar en tinta, una sola respuesta. Justificar la respuesta muy brevemente en la hoja de Examen. Una respuesta sin justificación, la nota será a cero (0). Encierre la respuesta en un círculo.

1. A partir de 5 médicos y 7 biólogos hay que constituir una comisión de 2 médicos y 3 biólogos. ¿De cuántas formas podrá hacerse sí dos médicos concretos no pueden estar juntos es:
   a) 35
   b) 150
   c) 315
   d) 350
   e) Ninguna de las anteriores
2. Se supone que el 10% de la población contraerá el enfermedad A alguna vez durante su vida, 15% contraerá eventualmente la enfermedad B, y el 3% contraerá ambas. Entonces la probabilidad de que una persona elegida al azar de esta población no contraiga ninguna de las dos enfermedades es:
   a) 0.78
   b) 0.765
   c) 0.75
   d) 0.72
   e) 0.97
3. Supongamos que el consumo familiar de un cierto producto de se distribuye como una variable aleatoria de distribución uniforme del intervalo (a, b), con esperanza igual a 10 y la varianza 1. Entonces los valores de a y b son:
   a) 5 y 10
   b) 8 y 12
   c) 6 y 14
   d) 10 y 11
   e) 6 y 12
4. La distribución Poisson es el límite de la distribución binomial, cuando:
   a) $n \to \infty$; $p \to 0$; np=$\sqrt{m}$
   b) $n \to 0$; $p \to \infty$; np=$1/m$
   c) $n \to \infty$; $p \to \infty$; np=m
   d) $n \to \infty$; $p \to 0$; np=m
   e) Ninguna de las anteriores.

5. Var (9X+9) es
    a) 9 Var(X)
    b) 81
    c) 9 Var (X)
    d) 0
    e) 81 Var (X)
6. Suponga que A y B son dos eventos. Si p = P(A), q = P(B), y r = P(AUB) entonces $P(A^C \cap B^C)$
    a) P+q-r
    b) b) 1-r
    c) c) r-q
    d) d) r-p
    e) e) 1-r+p
7. En una urna se encuentran 15 bolas rojas, 9 blancas y 6 verdes. Se extraen al azar 6 bolas (sin repetición). La probabilidad de que de las 6 bolas extraídas 4 sean blancas y 2 verdes es igual a:
    a) 0.1655
    b) 0.00275
    c) 0.0084
    d) 0.0032
    e) 0.0625
8. Una variable aleatoria X tiene la siguiente distribución

X	0	1	2	3	4	5
P(X=x)	1/4	2a	3a	4a	5a	1/4

   Entonces $P(1 \leq X \leq 4)$ es
    a) 10/21
    b) b) 2/7
    c) c) 1/14
    d) d)1/2
    e) e) Ninguna de las anteriores
9. En un determinado grupo de gente hay personas rubia, morochas y pelirrojas. El 60% de la gente es morocha, el 30% rubia y el 10% pelirroja. El 50% de los rubios tiene ojos claros, el 40% de los pelirrojos tiene ojos claros y 25% de los morochos tiene ojos claros. Si una persona elegida al azar tiene ojos claros, la probabilidad de que sea rubia es igual a:
    a) 0.65
    b) b) 0. 95
    c) c) 0.459
    d) d) 0.15
    e) e) 0.441
10. Se extrae una carta de una baraja francesa estándar de 52 cartas. Sean los eventos $A = \{\text{la carta es una pica}\}$ y $B = \{\text{la carta es un rey}\}$. Entonces:
    a) $P(A) = P(B)$
    b) A y B son independientes.
    c) A y B no son independientes.
    d) $P(A)P(B) = P(A) - P(B)$.
    a) Ninguna de las anteriores

PARTE II – 30%

1. Suponga que una población se divide en tres clases de edad y que el 20% de las hembras de edad 0 y el 70% de las hembras de edad 1 sobreviven hasta el final de la siguiente estación reproductiva. Suponga además que las hembras de edad 1 tienen un promedio de 3.2 crías hembra y que las hembras de edad 2 tienen un promedio de 1.7 crías hembra. Si en el instante 0 la población consta de 2000 hembras de edad 0, 800 hembras de edad 1 y 200 hembras de edad 2,
   (a) obtenga la matriz de Leslie,
   (b) halle la distribución de edades para t=2.
   (c) Teniendo en cuenta la distribución de edades en el tiempo dos del numeral anterior, diga cómo hallaría la distribución de edades en el tiempo uno dejando indicado sin hacer los cálculos
2. Se realizó un estudio sobre la cantidad de azúcar convertida, en cierto proceso, a distintas temperaturas. Los datos se codificaron y registraron como sigue:

Temperatura, x	Azúcar convertida, y
1.0	8.1
1.1	7.8
1.2	8.5
1.3	9.8
1.4	9.5
1.5	8.9
1.6	8.6
1.7	10.2
1.8	9.3
1.9	9.2
2.0	10.5

   a) Estime la recta de regresión lineal.
   b) Calcule el coeficiente de determinación e interpretar.

Universidad de los Andes　　　　　　　Departamento de Matemáticas

Matemáticas 3 (BIO-MED) MATE1213

Examen Final

Nombre: ______________________________　　Código: ____________

Ejercicio	Puntaje
Ejercicio 1	/25
Ejercicio 2	/25
Ejercicio 3	/25
Ejercicio 4	/25
Total	/100

Instrucciones:

Responda cada pregunta en la hoja correspondiente. No desprenda las hojas.

Escriba el procedimiento completo y en orden para cada uno de los ejercicios. Las respuestas sin justificación no serán consideradas válidas.

No está permitido el uso de libros, apuntes, calculadoras ni de otros dispositivos electrónicos.

Tiempo: 2 horas

*Recuerde el juramento del uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas acadèmicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma universidad"

Ejercicio 1.

a) Calcule la integral $\int x^3 \sin(2x)\ dx$

b) Calcule la integral $\int \frac{x+1}{(x)(1-x)}\ dx$

c) Calcule la integral $\int \arctan(x)\ dx$

d) Resuelva la siguiente ecuación diferencial puramente temporal con condición inicial $s(0) = 1$

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{3t+1}$$

Ejercicio 2. Sea $N(t)$ el número de individuos de una especie en el tiempo t. Se sabe que la población exhibe un crecimiento de tipo logístico cuyos parámetros son los siguientes: la tasa de crecimiento intrínseca es 5 y la capacidad de carga es de 1000 individuos. También se sabe que, debido a la caza, la población experimenta un decrecimiento exponencial con una tasa de magnitud 4.

a) Escriba, de acuerdo con la información dada, una ecuación diferencial autónoma que sirva para modelar el tamaño N de esta población.

b) Determine los puntos de equilibrio.

c) Utilice el método gráfico para determinar la estabilidad de cada punto de equilibrio.

d) En el plano tN grafique soluciones para las siguientes condiciones iniciales $N(0) = 50$, $N(0) = 150$ y $N(0) = 1000$.

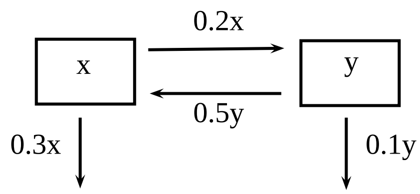
Ejercicio 3. Para cada una de las siguientes afirmaciones determine si es falsa o verdadera. Justifique su respuesta matemáticamente.

a) La función $f(x,y) = x^2y + 4x^2 - 4y$ tiene un punto de silla en $(2,4)$.

b) La matriz de Leslie $L = \begin{pmatrix} 1{,}5 & 2 \\ 0{,}08 & 0 \end{pmatrix}$ modela una población creciente en el tiempo.

c) La ecuación diferencial autónoma $\frac{dN}{dt} = f(N)$ puede tener dos puntos de equilibrio estables consecutivos.

d) El punto $(0,0)$ es un equilibrio inestable en el sistema dado por el siguiente diagrama de compartimentos:



Ejercicio 4. Considere el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que modela la interacción entre dos especies. El número de individuos de la especie 1 está representado por la variable x y el número de individuos de la especie 2 está representado por la variable y.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x\left(1 - \frac{x}{100} - \frac{y}{125}\right) \\ \frac{dy}{dt} &= y\left(1 - \frac{y}{80} - \frac{x}{160}\right) \end{aligned}$$

a) ¿Qué tipo de crecimiento experimenta la especie 1 en ausencia de la especie 2? Suponiendo la ausencia de la especie 2 grafique en el plano tx la solución $x(t)$ con condición inicial $x(0) = 40$.

b) Grafique las isoclinas nulas en el plano de fase xy.

c) Halle las coordenadas del punto de equilibrio no trivial.

d) Calcule la matriz de Jacobi del sistema y úsela para determinar la estabilidad del equilibrio no trivial.

e) ¿Qué tipo de interacción que se da entre las dos especies? (*mutualismo, competencia, comensalismo, amensalismo o depredación*). Justifique su respuesta.

f) Suponiendo la presencia de la especie 2 grafique en el plano tx la solución $x(t)$ con condición inicial $x(0) = 40$.

Departamento de Matemáticas **Universidad de los Andes**

EXAMEN FINAL
MATE-1507 – Matemáticas 2 (Bio-Med)

NOMBRE: ____

Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas.

Firma:

PARTE I -60%

Tiempo: 60 minutos

10 preguntas

Para cada una de las siguientes afirmaciones, marcar en tinta, una sola respuesta. Justificar la respuesta muy brevemente en la hoja de Examen. Una respuesta sin justificación, la nota será a cero (0). Encierre la respuesta en un círculo.

1. Asuma que P(A)=0.4, P(B)=0.4 y P(AUB)=0.7. El valor de P(A|B) es:
   a) 2/4
   b) 0.2
   c) 0.25
   d) 1/2
   e) 1/6

2. Lanzamos un dado dos veces. Encuentre la probabilidad de que la primera lanzada es un 4 dado que la suma es 7.
   a) 1/7
   b) 2/6
   c) 0
   d) 1/6
   e) 1

3. Si X es una variable aleatoria Binomial con media = 4, y varianza = 4/3. Entonces P(X = 0) es:
   a) $(2/3)^6$
   b) $(2/3)^5$ (1/3)
   c) 2/3
   d) 35 $(2/3)^6$
   e) 1/3

4. La longitud X de una clase de gusano del valle de Ubaté tiene una distribución normal con media de 4cm y desviación estándar de 0.8cm, Si se encuentra un gusano al azar, la probabilidad de que la longitud del gusano sea mayor a 5cm es:
   a) 0.0528
   b) 0.8944
   c) 0.1056
   d) 0.3944
   e) 0.6483

5. Supongamos que el consumo familiar de un cierto producto de se distribuye como una variable aleatoria de distribución uniforme del intervalo (a, b), con esperanza igual a 10. Entonces cuales son los posibles valores de a y b son:
   a) 5 y 10
   b) 8 y 12
   c) 6 y 15
   d) 10 y 11
   e) 6 y 12

6. Supongamos que el número de imperfecciones en un alambre delgado de cobre sigue una distribución Poisson con una media de 2.3 imperfecciones por milímetro. Entonces la probabilidad de al menos una imperfecciones en 2 milímetro de alambre es
   a) 0.5
   b) 0.265
   c) 0.9899
   d) 0.001
   e) Ninguna de la anteriores

7. Una caja contiene 4 bolas blancas y 6 bolas rojas. Si se extraen aleatoriamente 3 bolas sin reemplazamiento, la probabilidad de extraer exactamente 2 bolas blancas es:
   a) $\frac{1}{20}$
   b) $\frac{18}{125}$
   c) $\frac{4}{25}$
   d) $\frac{3}{10}$
   e) Ninguna de las anteriores.

8. Sea X variable aleatoria con distribución normal con media 3 y desviación estándar 2. Encontrar un número c tal que $P(X>c)=2P(X\leq c)$.
   a) 2.34
   b) 1.52
   c) 2.14
   d) 1.25
   e) Ninguna de las anteriores.

9. En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal con media 23° y desviación estándar 5°. °. Calcular e l número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27
   a) 7
   b) 12
   c) 13
   d) 15
   e) Ninguna de las anteriores

10. Suponga que el tiempo de vida de un componente electrónico se distribuye exponencialmente con parámetro λ=0.3/día. El tiempo de vida se define como la edad x_m a la cual la probabilidad de que no haya fallado por la edad x_m es 0.5. El valor de x_m es:
    a) 1.69
    b) 6.25
    c) 7.85
    d) 2.31
    e) Ninguna de las anteriores

PARTE II – 40%

50 minutos

1. Suponga que una población está dividida en cuatro clases de edad y que 65 % de las hembras de edad 0, 40 % de las hembras de edad 1, y 30 % de las hembras de edad 2 sobreviven hasta el final del siguiente periodo de procreación. Además suponga que las hembras de edad 1 tienen un promedio de 2.8 hijos hembra, y las hembras de edad 2 tienen un promedio de 7.2 hijos hembra, y las hembras de edad 3 tienen un promedio de 3.7 hijos hembra. Si, en el tiempo 0, la población está conformada por 1500 hembras de edad 0, 500 hembras de edad 1, 250 hembras de edad 2, y 50 hembras de edad 3:
   a) Encuentre la matriz de Leslie
   b) Halle la distribución de edades en el tiempo 1, y plantee sin resolver la distribución de edades en el tiempo 4.
2. En un estudio de C, Kabar (1948), sobre el uso de folículos ovulados en la determinación de los huevos puestos por faisán de cuello anillado, muestran los resultados de 14 hembras cautivas.

Huevos puestos	39	29	46	28	31	25	49	57	51	21	42	38	34	47
Folículos ovulados	37	34	52	26	32	25	55	65	44	25	45	26	29	30

   a) Encuentre la recta que mejor se ajusta a los datos. Interprete.
   b) Estime el número de huevos puestos cuando el número de folículos ovulados es de 40.
   c) Calcule r, r^2 e interprete.