Parcial 1 **- MATE 1203-39 - Universidad de Los Andes**

Nombre y apellido del estudiante: ______________________________

1	2	3	4	T	Nota
					/ 5.0

- Respuestas sin **procedimiento** o con procedimiento incorrecto no son válidas.
- Cualquier dispositivo electrónico que se encuentre encendido causará anulación del examen del estudiante (nota 0.00).
- No se responden preguntas durante el examen.

Ejercicios

1. *a*) Sunponga que $\sin(\theta) = -\frac{3}{5}$, con $\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$, hallar las demás razones trigonométricas de θ (recuerde que un ángulo tiene en total seis razones trigonométricas).

   b) Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\tan x + \tan y = \frac{sin(x+y)}{cos(x)cos(y)}$$

2. *a*) Hacer un bosquejo del gráfico de la función $g(x) = 2|x-1|+2$, y de la función $h(x) = 2||x|-1|+2$, grafique todos los pasos intermedios con los que se llega a la respuesta.

   b) Hallar el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{3 - \frac{x^2-10}{x-2}}$$

3. *a*) Resolver la desigualdad

$$|5x+3| \geq 4$$

b) Considere la función $f(x) = 2\cos(\pi x) + \sin(\pi x^2) + x^6$. ¿Es f una función par? (Sí/No, justifique). ¿Es f una función impar? (Sí/No, justifique).

4. Considere las funciones f y g dadas por

$$f(x) = \begin{cases} x & \textbf{si } |x| > 1 \\ -x+1 & \textbf{si } |x| \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \sin x$$

a) Haga un gráfico de $f(x)$.

b) Halle una fórmula para $(f \circ g)(x)$

Universidad de los Andes Departamento de Matemáticas

I Examen Parcial de Cálculo Diferencial

No se permiten medios electónicos, libros ni apuntes

NOMBRE:____

1. De las siguientes ecuaciones despeje x

   a)
   $$|5x+3| = 1$$

   b)
   $$2 \leq |x| \leq 3$$

2. Resolver las ecuaciones:

   a) $\operatorname{sen} 2x = \cos x$

   b) $\ln(\ln x) = 1$

3. Grafique la función comenzando con la función $f(x) = \operatorname{sen} x$ y aplicando las transformaciones estudiadas:

   a)
   $$y = 2 + \operatorname{sen}(x + \frac{\pi}{4})$$

   b)
   $$y = 2 - f(x)$$

   c)
   $$y = |f(2x)|$$

4. La población de cierta especie en un ambiente limitado, con una población inicial de 200 individuos y que soporta una capacidad de 2.000, es

   $$P(t) = \frac{200000}{100 + 900e^{-t}}$$

   a) Encuentre la inversa de esta función y explique el significado.

   b) Estime el límite de $P(t)$ cuando t tiende a infinito, justifique.

MATE 1203-2
Parcial 1

20 de Agosto de 2015

Nombre	Código/ Identificación	Nota

Ejercicio 1. [1] Pruebe la identidad trigonométrica: $\tan x + \tan y = \dfrac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$.

Ejercicio 2. [1] Un barco se mueve con una rapidez de 30 km/h paralelo al borde recto de la playa. El barco está a 6 km de la playa y pasa por un faro al medio día. Exprese la distancia s entre el faro y el barco como una función de t, el tiempo transcurrido desde el medio día.

Ejercicio 3. [1] Asumiendo que $f(x) = \dfrac{10e^{2x} + 8}{4 + e^{2x}}$ es una función inyectiva encuentre (a) inversa, (b) dominio, (c) rango, y solucione la ecuación (d) $f(x) = 7$.

Ejercicio 4. [1] El dominio de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{\ln(4 - x^2)}$ es:

(a) $\left(-2, -\sqrt{3}\right) \cup \left(-\sqrt{3}, -1\right] \cup \left[1, \sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}, 2\right)$ (b) $\left(-2, -1\right] \cup \left[1, 2\right)$ (c) $\left(-\infty, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \infty\right)$
(d) $\left(-\infty, -\sqrt{5}\right) \cup \left(-\sqrt{5}, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \sqrt{5}\right) \cup \left(\sqrt{5}, \infty\right)$ (e) $\left[-1, 1\right]$

Ejercicio 5. [1] $\csc(\arccos(1 + 3x)) =$

(a) $3x + 1$ (b) $\dfrac{\sqrt{-9x^2 - 6x}}{-9x^2 - 6x}$ (c) $\dfrac{1}{3x + 1}$ (d) $\dfrac{\sqrt{-9x^2 - 6x}}{3x + 1}$ (e) $\sqrt{-9x^2 - 6x}$

MATE 1203-2
Parcial 1

20 de Agosto de 2015

Nombre	Código/ Identificación	Nota

Ejercicio 1. [1] Pruebe la identidad trigonométrica: $\sin^2 x - \sin^2 y = \sin(x+y)\sin(x-y)$.

Ejercicio 2. [1] Un barco se mueve con una rapidez de 20 km/h paralelo al borde recto de la playa. El barco está a 8 km de la playa y pasa por un faro al medio día. Exprese la distancia s entre el faro y el barco como una función de t, el tiempo transcurrido desde el medio día.

Ejercicio 3. [1] Asumiendo que $f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{4y-8}{10-y}}\right)$ es una función inyectiva encuentre (a) inversa, (b) dominio, (c) rango, y solucione la ecuación (d) $f(x) = 7$.

Ejercicio 4. [1] El dominio de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{\ln(x^2-4)}$ es:

(a) $\left(-2,-\sqrt{3}\right) \cup \left(-\sqrt{3},-1\right] \cup \left[1,\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3},2\right)$ (b) $\left(-2,-1\right] \cup \left[1,2\right)$ (c) $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2},\infty\right)$
(d) $\left(-\infty,-\sqrt{5}\right) \cup \left(-\sqrt{5},-\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2},\sqrt{5}\right) \cup \left(\sqrt{5},\infty\right)$ (e) $\left[-1,1\right]$

Ejercicio 5. [1] $\tan(\arccos(1+3x)) =$

(a) $3x+1$ (b) $\dfrac{\sqrt{-9x^2-6x}}{-9x^2-6x}$ (c) $\dfrac{1}{3x+1}$ (d) $\dfrac{\sqrt{-9x^2-6x}}{3x+1}$ (e) $\sqrt{-9x^2-6x}$

MATE1203-37 Cálculo Diferencial
Examen Parcial 1 — (17/05/2014)

Pregunta	1	2	3	4	5	Total
Valor	10	10	10	10	10	50
Puntos						

Nombre: Código:

Reglas: Esto es un examen individual. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc. Cualquier dispositivo electrónico (celulares, calculadoras, tabletas etc.) debe estar apagado y guardado durante el examen desde que entre el salón hasta que haya entregado el examen y salido del salón. Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma *clara y ordenada* el procedimiento *completo* que permite llegar a la respuesta. Tiempo: 90 minutos.

1. Marque la respuesta correcta. No es necesario justificar.

    1. El Dominio de la función $\frac{\sqrt{x+3}}{x}$ es

        (a) $(-3,\ \infty)$ (b) $(-\infty,\ 0)\cup(0,\ 3]$ (c) $[-3,\ 0)\cup(0,\ \infty)$ (d) $[3,\infty)$

    2. Sea $f(x)=\sqrt{\frac{x}{3}+3}$ y $g(x)=-3x-9$, entonces $(f\circ g)(x)$ es

        (a) $\sqrt{x}-3$ (b) $\sqrt{x}+3$ (c) $\sqrt{-x}$ (d) $\sqrt{x}$

    3. El conjunto de números que satisfacen la desigualdad $|1-3x|\leq 2$ es

        (a) $\left[-\frac{1}{3},\ 1\right]$ (b) $\left[-1,\ \frac{1}{3}\right]$ (c) $[-3,\ 1]$ (d) $[-1,\ 3]$

    4. Si $\sec(\alpha)=-1.5$, con $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, entonces $\sin(\alpha)$ es igual a

        (a) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

[1]El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad"

2. Halle los valores para los cuales se tiene la expresión

$$\ln(x+1) + \ln(2x-6) - 2\ln(x) = 0$$

[Ayuda: $\sqrt{10} \approx 3.16$]

3. (a) **(4 Puntos)** Pruebe la identidad

$$\frac{1}{1-\sin\theta}+\frac{1}{1+\sin\theta}=2\sec^2\theta$$

(b) **(6 Puntos)** Simplifique la expresión

$$\frac{1}{1-\sin\left(\arccos\left(x\right)\right)}+\frac{1}{1+\sin\left(\arccos\left(x\right)\right)}$$

4. Considere la función

$$f(x) = \tfrac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

(a) **(4 Puntos)** Halle el dominio de la función

(b) **(4 Puntos)** Halle la inversa de la función f.

(c) **(2 Puntos)** Halle el rango de la función f.

5. Escoja una de las dos siguientes opciones:

   (a) Muestre el teorema del cambio de base, es decir,

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}, \qquad a \neq 1$$

   (b) ¿Una función par con dominio $\mathbb{R}$ puede ser invertible? Justifique claramente su respuesta.