

## Parcial 3 (Primera parte).

1. Un insecto se halla en un ambiente tóxico. El nivel de toxicidad esta dado por  $T(x, y) = 2x^2 - 4y^2$ . El insecto se encuentra en el punto  $P(-1, 2)$ .
  - a) Calcule la razón de cambio de  $T$  en el punto  $P$ , en dirección del punto  $P$  hacia el punto  $(2, -1)$ .
  - b) ¿En que dirección deberá moverse el insecto para disminuir lo más rápido posible la toxicidad?
2. En el tiempo  $t = 0$  se lanza una partícula desde el punto  $(1, 1, 1)$  sobre la superficie  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ , en dirección normal a la superficie, a una rapidez de 10 unidades por segundo. ¿En que instante cruza esta partícula a la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 103$ ?
3. Diseñar una lata cilíndrica con tapa que contenga 1 litro de agua, usando la mínima cantidad de metal? (Encuentre las dimensiones de la lata cilíndrica.)

Tercer Parcial de 1212-Matemáticas1-Bio-Med

1. Considere la siguiente función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+8}$$

- a) (0.3) Encuentre dominio y cortes con los ejes coordenados.
  - b) (0.4) Halle todas las asíntotas que existan.
  - c) (0.4) Encuentre los intervalos donde la función es creciente y donde es decreciente, y los máximos y mínimos.
  - d) (0.4) Halle los intervalos donde la función es cóncava y donde es convexa, y los puntos de inflexión ( $y'' = \frac{128}{(x+8)^3}$ ).
  - e) (0.5) Construya la gráfica de la función.
2. Una caja con base cuadrada y sin tapa deberá tener un volumen de  $32000 \text{ cm}^3$ . Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material necesaria para su construcción. Justifique que la solución hallada corresponde realmente a un mínimo

**Valor del punto=1.5**

3. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

**Valor del punto=1.5**

Profesor: Roberto Ortiz S

---

<sup>1</sup>El juramento del uniandino dice: “Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad”

## Parcial 3(Segunda Parte) de Matemáticas III.

1. Halle la solución al problema con valor inicial:

$$\frac{dx_1}{dt} = 4x_1(t) + 7x_2(t)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_1(t) - 2x_2(t)$$

$$\text{con } x_1(0) = -1 \quad x_2(0) = -2.$$

2. Calcule los equilibrios del sistema de ecuaciones diferenciales y analice la estabilidad de cada equilibrio.

$$\frac{dx_1}{dt} = 4x_1(1 - x_1) - 2x_1x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2(2 - x_2) - x_2$$

3. Utilice el método gráfico para calcular los signos de los elementos de la matriz de Jacobi en el equilibrio indicado. Si es posible, determine su estabilidad. Suponga que el sistema de ecuaciones diferenciales es

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2)$$

Además, suponga que  $x_1$  y  $x_2$  son no negativas y crecen cerca del origen y que  $f_1, f_2$  cambian de signo cuando se cruzan las isoclinas cero.

### III PARCIAL CALCULO 3 PARA BIOCIENCIAS

1. Verifique que la función

$$c(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{x^2}{4Dt}\right]$$

satisface la ecuación diferencial

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

2. Use los multiplicadores de Lagrange para encontrar las dimensiones de una caja rectangular, con tapa, de volumen máximo que tenga area de  $4.8m^2$ . (Hay que demostrar que se tiene un máximo).

3. Halle un mínimo local de la funcin  $f(x, y) = x^4 + 4x^2y^2 + y^2$ . (Hay que demostrar que se tiene un mínimo).