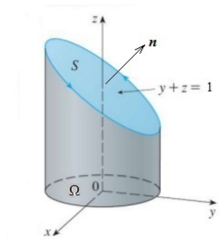
Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Toda respuesta debe estar **justificada** matemáticamente.
Tiempo máximo para esta parte del examen: 1 hora y 45 minutos.

Nombre: ______________________________ Código: ______________

1. Sea Ω el sólido limitado por el cilindro $x^2+y^2=1$ y los planos $z=0$ y $y+z=1$ (ver figura), y considere el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}} = \langle 0, xz, xy\rangle$.



   i. Calcule $\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{F}}$, el rotacional del campo vectorial $\vec{\mathbf{F}}$.

   ii. Si S es la superficie del plano $y+z=1$ al interior del cilindro $x^2+y^2=1$, orientada con la normal unitaria $\vec{\mathbf{n}} = \langle 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\rangle$, calcule $\int_{\partial S} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{s}$.

   iii. Si $\partial\Omega$ es la frontera de la región sólida Ω, orientada con la normal exterior, explique por qué $\iint_{\partial\Omega} \vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{S} = 0$.

   (6 puntos)

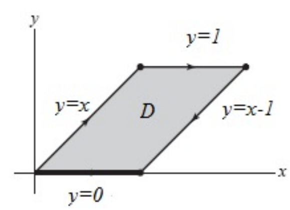
2. Considere el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}} = \langle ye^z, xe^z, xye^z\rangle$.

   i. Demuestre que $\vec{\mathbf{F}}$ es un campo vectorial conservativo y encuentre un potencial para $\vec{\mathbf{F}}$.

   ii. Calcule $\int_\sigma \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{s}$ donde σ es un camino que une los puntos $(1,1,0)$ y $(1,1,1)$.

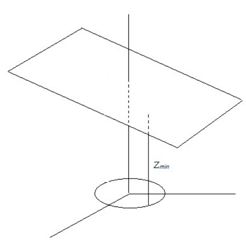
   (6 puntos)

3. Sea $C=\partial D$ la frontera de la región plana indicada en la figura que, según la orientación mostrada, puede ser parametrizada a trozos como: $(x=t, y=t)$ para $0\le t\le 1$, $(x=t, y=1)$ para $1\le t\le 2$, $(x=4-t, y=3-t)$ para $2\le t\le 3$ y $(x=4-t, y=0)$ para $3\le t\le 4$.



   Calcule $\oint_C (y+4x^2)dx + (y^3+5x^2)dy$.

   (5 puntos)

4. 

   Considere el círculo $x^2+y^2=5$ en el plano $z=0$ y el plano $3x+4y-z=-50$ (ver figura). Encuentre el punto sobre el círculo cuya distancia horizontal al plano sea lo más pequeña posible.

   (4 puntos)

5. Calcule la masa del sólido Ω comprendido entre las esferas concéntricas $x^2+y^2+z^2=4$ y $x^2+y^2+z^2=9$, y cuya densidad está dada por la función $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$. (4 puntos)

Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular.
Tiempo máximo para esta parte del examen: 15 minutos.

Nombre: ________________ Código: __________

1. Marque con una X la respuesta correcta:

   i. La dirección de máximo *decrecimiento* de la función $f(x,y) = xy$ en el punto $(0,1)$ es:
      (a) $\langle 0, 1\rangle$.
      (b) $\langle 0, -1\rangle$.
      (c) $\langle -1, 0\rangle$.
      (d) $\langle 1, 0\rangle$.

   ii. Sea $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\nabla} f$ un campo vectorial conservativo en el espacio y c el segmento de helicoide de ecuación paramétrica dada por $\sigma(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t)$, para $t \in [-2\pi, 2\pi]$, entonces $\displaystyle\int_c \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{s}$ es igual a:
      (a) 0.
      (b) $f(\sigma(2\pi)) - f(\sigma(-2\pi))$.
      (c) $f(\vec{0})$.
      (d) $2\,(f(\sigma(2\pi)) - f(\sigma(0)))$.

   iii. ¿ Existe una función $f(x,y,z)$ definida en $\mathbb{R}^3$ cuyo gradiente es $\vec{\mathbf{F}} = \langle x, x+y, -2z\rangle$?
      (a) Sí, porque el rotacional de $\vec{\mathbf{F}}$ es diferente de $\vec{0}$.
      (b) No, porque el rotacional de $\vec{\mathbf{F}}$ es diferente de $\vec{0}$.
      (c) Sí, porque la divergencia de $\vec{\mathbf{F}}$ es igual a 0.
      (d) No, porque la divergencia de $\vec{\mathbf{F}}$ es igual a 0.

   iv. Si D es una región cerrada en el plano, cuya frontera c está orientada en el sentido de las manecillas del reloj, entonces la integral $\displaystyle\oint_c x dy - y dx$ es igual a:
      (a) $A(D)$ (= área de D).
      (b) $2A(D)$.
      (c) $-A(D)$.
      (d) $-2A(D)$.

   v. Si (x_o, y_o) es un *punto de silla* de la función $f(x,y)$, entonces:
      (a) El gráfico de la función $z = f(x,y)$ queda siempre contenido totalmente en uno de los semiespacios determinados por el plano tangente en (x_o, y_o).
      (b) El gráfico de la función $z = f(x,y)$ nunca queda contenido totalmente en uno de los semiespacios determinados por el plano tangente en (x_o, y_o).
      (c) El plano tangente en (x_o, y_o) no existe.
      (d) El plano tangente en (x_o, y_o) no puede ser horizontal.

   (5 puntos)

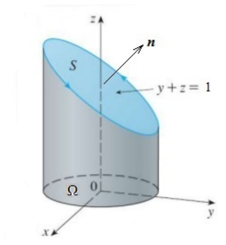
El sistema de evaluación usado para este curso durante el presente semestre (exámenes parciales unificados los sábados) permite evaluar todas las secciones en forma uniforme y con una duración mayor a la de las clases. Usted personalmente prefiere:

(a) Exámenes parciales unificados los sábados.
(b) Exámenes parciales programados los días de clases magistrales.
(c) Exámenes parciales programados los días de clases complementarias.
Por favor incluya cualquier comentario que crea pertinente al respecto:

Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Toda respuesta debe estar **justificada** matemáticamente.
Tiempo máximo para esta parte del examen: 1 hora y 45 minutos.

Nombre: ______________________________ Código: ______________

1. Sea Ω el sólido limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y los planos $z = 0$ y $y + z = 1$ (ver figura), y considere el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}} = \langle yz, xy, 0\rangle$.



   i. Calcule $\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}}$, el rotacional del campo vectorial $\vec{\mathbf{F}}$.

   ii. Si S es la superficie del plano $y+z = 1$ al interior del cilindro $x^2+y^2 = 1$, orientada con la normal unitaria $\vec{\mathbf{n}} = \langle 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\rangle$, calcule $\int_{\partial S} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{s}$.

   iii. Si $\partial\Omega$ es la frontera de la región sólida Ω, orientada con la normal exterior, explique por qué $\iint_{\partial\Omega} \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{S} = 0$.

   (6 puntos)

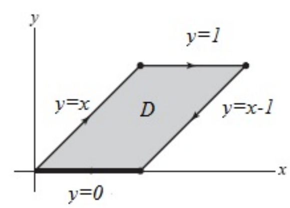
2. Considere el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}} = \langle ye^z, xe^z, xye^z\rangle$.

   i. Demuestre que $\vec{\mathbf{F}}$ es un campo vectorial conservativo y encuentre un potencial para $\vec{\mathbf{F}}$.

   ii. Calcule $\int_\sigma \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{s}$ donde σ es un camino que une los puntos $(-1, -1, 0)$ y $(-1, -1, -1)$.

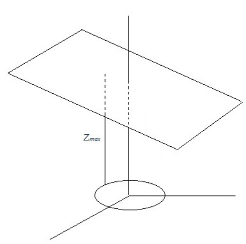
   (6 puntos)

3. Sea $C = \partial D$ la frontera de la región plana indicada en la figura que, según la orientación mostrada, puede ser parametrizada a trozos como: $(x = t, y = t)$ para $0 \leq t \leq 1$, $(x = t, y = 1)$ para $1 \leq t \leq 2$, $(x = 4 - t, y = 3 - t)$ para $2 \leq t \leq 3$ y $(x = 4 - t, y = 0)$ para $3 \leq t \leq 4$.



   Calcule $\oint_C (4y + x^3)dx + (5y^2 - 2x^2)dy$.

   (5 puntos)

4. 

   Considere el círculo $x^2 + y^2 = 5$ en el plano $z = 0$ y el plano $3x + 4y - z = -50$ (ver figura). Encuentre el punto sobre el círculo cuya distancia horizontal al plano sea lo más grande posible.

   (4 puntos)

5. Calcule la masa del sólido Ω comprendido entre las esferas concéntricas $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, y cuya densidad está dada por la función $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. (4 puntos)

Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular.
Tiempo máximo para esta parte del examen: 15 minutos.

Nombre: ______________________________ Código: ______________

1. Marque con una X la respuesta correcta:

   i. La dirección de máximo *decrecimiento* de la función $f(x, y) = xy$ en el punto $(1, 0)$ es:
      (a) $\langle 0, 1\rangle$.
      (b) $\langle 0, -1\rangle$.
      (c) $\langle -1, 0\rangle$.
      (d) $\langle 1, 0\rangle$.

   ii. Sea $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\nabla} f$ un campo vectorial conservativo en el espacio y c el segmento de helicoide de ecuación paramétrica dada por $\sigma(t) = (\operatorname{sen} t, \cos t, t)$, para $t \in [-2\pi, 2\pi]$, entonces $\displaystyle\int_c \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{s}$ es igual a:
      (a) 0.
      (b) $f(\sigma(2\pi)) - f(\sigma(-2\pi))$.
      (c) $f(\vec{0})$.
      (d) $2\,(f(\sigma(2\pi)) - f(\sigma(0)))$.

   iii. ¿ Existe una función $f(x, y, z)$ definida en $\mathbb{R}^3$ cuyo gradiente es $\vec{\mathbf{F}} = \langle x + y, y, -2z\rangle$?
      (a) Sí, porque el rotacional de $\vec{\mathbf{F}}$ es diferente de $\vec{0}$.
      (b) No, porque el rotacional de $\vec{\mathbf{F}}$ es diferente de $\vec{0}$.
      (c) Sí, porque la divergencia de $\vec{\mathbf{F}}$ es igual a 0.
      (d) No, porque la divergencia de $\vec{\mathbf{F}}$ es igual a 0.

   iv. Si D es una región cerrada en el plano, cuya frontera c está orientada en el sentido de las manecillas del reloj, entonces la integral $\displaystyle\oint_c y dx - x dy$ es igual a:
      (a) $A(D)$ (= área de D).
      (b) $2A(D)$.
      (c) $-A(D)$.
      (d) $-2A(D)$.

   v. Si (x_o, y_o) es un *punto de silla* de la función $f(x, y)$, entonces:
      (a) El gráfico de la función $z = f(x, y)$ queda siempre contenido totalmente en uno de los semiespacios determinados por el plano tangente en (x_o, y_o).
      (b) El gráfico de la función $z = f(x, y)$ nunca queda contenido totalmente en uno de los semiespacios determinados por el plano tangente en (x_o, y_o).
      (c) El plano tangente en (x_o, y_o) no existe.
      (d) El plano tangente en (x_o, y_o) no puede ser horizontal.

   (5 puntos)

El sistema de evaluación usado para este curso durante el presente semestre (exámenes parciales unificados los sábados) permite evaluar todas las secciones en forma uniforme y con una duración mayor a la de las clases. Usted personalmente prefiere:

(a) Exámenes parciales unificados los sábados.
(b) Exámenes parciales programados los días de clases magistrales.
(c) Exámenes parciales programados los días de clases complementarias.
Por favor incluya cualquier comentario que crea pertinente al respecto: