

# Parcial III – Cálculo Vectorial

Abril 12 de 2010

RESUELVA COMPLETAMENTE TRES ENTRE LOS CUATRO PUNTOS

(6 Puntos) **I.** Responda falso o verdadero, justificando matemáticamente su respuesta.

(i) Sea  $D$  el disco  $x^2 + y^2 \leq 4$ . Entonces  $\int_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dA = \frac{16}{3}\pi$ .

(ii) La integral

$$\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_r^2 r \, dz \, dr \, d\theta$$

calcula el volumen limitado por el cono  $z^2 = x^2 + y^2$  y el plano  $z = 2$ .

(6 Puntos) **II.** Sea  $R$  el cuadrado de vértices  $(0, 1)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 1)$  y  $(1, 0)$ . Calcule la siguiente integral:

$$\iint_R (x - y)^2 \sin^2(x + y) \, dA.$$

(6 Puntos) **III.** Calcule el área de la parte de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  que está encima del cono  $z^2 = 2x^2 + 2y^2$ . Haga una gráfica.

(6 Puntos) **II.** Calcule la siguiente integral y haga una gráfica de la región sobre la que tal integral se calcula:

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dz \, dy \, dx.$$