Cálculo en Variable Compleja – *Tarea 1*

Febrero 6 de 2017

1. Demuestre las siguientes afirmaciones:

i. Un número complejo z es real si y solamente si $z = \overline{z}$.

ii. Dos números complejos z_1 y z_2 tienen el mismo módulo si y solamente si existen números complejos w_1 y w_2 tales que $z_1 = w_1 w_2$ y $z_2 = w_1 \overline{w}_2$.

iii. El conjunto de los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación $\mid z - 4i \mid + \mid z + 4i \mid = 10$ es una elipse en el plano complejo.

iv. El conjunto de los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación $\mid z - 1 \mid = \mid z + i \mid$ es una recta en el plano complejo.

v. El conjunto de los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación $z^2 + \overline{z}^2 = 2$ es una hipérbola en el plano complejo.

vi. Si $p(z) = 1 + 2z + 3z^2 + \cdots + nz^{n-1}$, entonces todos los ceros de $p(z)$ están dentro del disco de radio uno centrado en el origen en $\mathbb{C}$. Ayuda: considere el polinomio $q(z) = (1 - z)p(z)$.

vii. $e^{\overline{z}} = \overline{e^z}$.

viii. $\tan^{-1} z = \frac{1}{2i} \log \frac{1+iz}{1-iz}$.

2. Calcule los siguientes números:

i. Las raices del polinomio $z^4 + 4$.

ii. Los z que satisfacen $z^{n-1} = \overline{z}$, donde $n \in \mathbb{N}$.

iii. i^{i^i}.

iv. $\log(1 + \sqrt{3}i)$.