

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS – TALLER I

May 9, 2009

I Conjuntos y relaciones

1. Diga falso o verdadero, encuentre una justificación:
 - i. $0 \in \mathbb{N}$.
 - ii. $2 \in \mathbb{Q}$.
 - iii. $-\frac{\sqrt{144}}{2}$ es un número entero.
 - iv. π es un número real.
 - v. $\ln 3$ es un número complejo.
- 2.Cuál es la negación (matemática) a la frase: Existe un número x tal que $f(x) = 0$.
3. Si A y B son subconjuntos de un conjunto X , es cierto que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$?

II Sucesiones y Series

1. Si una empresa tiene beneficios por cien millones de pesos este año, y se espera que tales beneficios crezcan un 8% anual durante la próxima década, cuáles son los beneficios previstos para el décimo año?, cuáles son los beneficios totales para el final de la década?
2. Si Colombia tiene una reserva de petroleo de 1.500 millones de barriles y se mantiene un nivel de producción de 50 millones de barriles anuales, cuándo se agotarán tales reservas? Si la producción se reduce un 0,5% anual, cuánto durará la reserva? Es suficiente reducir la producción un 1% anual para garantizar una reserva por tiempo indefinido?
3. En los siguientes casos, diga si la serie / sucesión converge o diverge

i. $\left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ ii. $\left\{ \frac{(-1)^n}{3^n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ iii. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ iv. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$ v. $\sum_{n=1}^{\infty} K \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$.

III Funciones de una variable: Límites y derivación

1. Haga una gráfica de la función $f(x) = |3x - 2|$.
2. Es continua (sobre su dominio de definición) la función $f(x) = |3x - 2|$?
3. Encuentre una función que sea continua en todo punto sobre la recta real menos en $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$.
4. Calcule el límite $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = |3x - 2|$.

5. Calcule las derivadas de las siguientes funciones

i. $f(x) = 4x^2 - 100$ ii. $g(x) = \frac{1}{x-5}$ iii. $h(x) = \text{sen}^2 x$

iv. $i(x) = 3 - 3x^2 + 3^x$ v. $k(x) = 3xe^{-x}$

6. Encuentre los puntos en que la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 12$ es creciente, decreciente, máxima, mínima y haga un boceto de la gráfica de la función.

7. Encuentre los puntos en que la función $g(x) = \frac{x}{x^2+2}$ es creciente, decreciente, máxima, mínima y haga un boceto de la gráfica de la función.

8. Calcule los siguiente límites

i. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4x^2 - 100}{x - 5}$ ii. $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{x^2 - \pi^2}{x + \pi}$ iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x}$

IV Rectas en el plano y sistemas de ecuaciones lineales

1. Haga una gráfica de $3x - 2y = 4$, $x + 2y = 2$ y encuentre los puntos de corte.

2. De los siguientes sistemas indique en qué caso existe una solución única, ninguna solución o infinitas soluciones:

i. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$

ii. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$

iii. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -x + y = 3 \end{cases}$