

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS – TALLER II

Mayo 16 de 2009

I Antiderivadas

1. Calcule las antiderivadas de las siguientes funciones:

i. $f_1(x) = 3x^2 - 1$.

ii. $f_2(x) = xe^{x^2}$.

iii. $f_3(x) = \frac{1}{x^5}$.

iv. $f_4(x) = \cos 3x$.

v. $f_5(x) = \sqrt{x^2 + x^4}$.

2. Demuestre, mediante un ejemplo, que

$$\int f(x) \cdot g(x) dx \neq \left(\int f(x) dx \right) \cdot \left(\int g(x) dx \right).$$

II Áreas bajo curvas

1. Calcule las áreas bajo las siguientes curvas sobre los intervalos indicados:

i. $f_1(x) = 5$ entre $x = 0$ y $x = 5$.

ii. $f_2(x) = 4 - x^2$ entre $x = -2$ y $x = 2$.

iii. $f_3(x) = \frac{1}{x}$ entre $x = 1$ y $x = 5$.

iv. $f_4(x) = \cos 3x$ entre $x = -\frac{1}{3}$ y $x = \frac{2}{3}$.

v. $f_5(x) = 2\sqrt{x}$ entre $x = 0$ y $x = 16$.

2. Qué área representa la suma infinita $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$?

III Teorema Fundamental del Cálculo

1. Calcule las integrales indicadas:

i. $\int_{-1}^2 x^4 dx$.

ii. $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

iii. $\int_{13}^{14} (x - 13)^{10} dx$.

iv. $\int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4 \frac{dx}{x^2}$.

v. $\int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$.

8. Calcule los siguiente límites

$$\text{i. } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4x^2 - 100}{x - 5} \quad \text{ii. } \lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{x^2 - \pi^2}{x + \pi} \quad \text{iii. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x}$$

IV Rectas en el plano y sistemas de ecuaciones lineales

3. En los siguientes casos, diga si la serie / sucesión converge o diverge

$$\text{i. } \left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \quad \text{ii. } \left\{ \frac{(-1)^n}{3^n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \quad \text{iii. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad \text{iv. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} \quad \text{v. } \sum_{n=1}^{\infty} K \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n.$$

1. Haga una gráfica de $3x - 2y = 4$, $x + 2y = 2$ y encuentre los puntos de corte.

2. De los siguientes sistemas indique en qué caso existe una solución única, ninguna solución o infinitas soluciones:

$$\text{i. } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$\text{ii. } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\text{iii. } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$