DEPARTAMENTO DE GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA

GEOMETRIA DE CURVAS Y SUPERFICIES

Curso 2003-04 - Convocatoria de Junio - 17 de junio de 2004

Curvas [3 puntos]

Ejercicio 1.1 [1,5 puntos]
Se considera la curva $\alpha(t) = (t, at^2, bt^3),\ a, b \in \mathbb{R}$.

a) ¿Para que valores de *a* y *b* la curva $\alpha(t)$ es una hélice generalizada?
b) Calcula la curvatura, la torsión y el triedo de Frenet de $\alpha(t)$.

Ejercicio 1.2 [1,5 puntos]
Demuestra que una curva $\alpha(t)$ con $\alpha'(t) \neq 0, \forall t \in I$, es la reparametrización de una recta ($\lambda \to P + \lambda Q$), si y solamente si $\alpha'(t)$ y $\alpha''(t)$ son linealmente dependientes.

¿Es necesaria la condición $\alpha'(t) \neq 0$?

Superficies [6 puntos]

Ejercicio 2.1 [3 puntos]
Sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \cdot y - z = 0\}$.

a) Demuestra que *S* es una superficie regular.
b) Prueba que es orientable y calcula su aplicación de Gauss.
c) Clasifica los puntos de *S* desde el punto de vista de la curvatura de Gauss.

Ejercicio 2.2 [3 puntos]
Sea *R* el interior de un triángulo trirrectángulo en la esfera $\mathbb{S}^2(2)$ de radio 2, cuyos lados son arcos sobre círculos máximos de longitud π.

a) Calcula la integral de la curvatura de Gauss de $\mathbb{S}^2(2)$ en dicha región *R*.
b) Determina el ángulo del giro que experimentan los vectores del plano tangente a $\mathbb{S}^2(2)$ en uno de los vértices de *R* al trasportarlos paralelamente a lo largo de ∂R.

Notas: Todas las respuestas han de estar razonadas.
El máximo de la prueba es 9 puntos (a la calificación obtenida se sumará la de prácticas con ordenador).
Los alumnos que sólo tengan que realizar una parte harán los dos ejercicios de esa parte. Los alumnos que tenga que examinarse de toda la asignatura harán los cuatro ejercicios propuestos.