

UNIVERSIDAD DEL ZULIA
FACULTAD EXPERIMENTAL DE CIENCIAS
D.E.B.S. - COORDINACIÓN ACADÉMICA DE LA F.E.C.
DEPARTAMENTO (O DIVISIÓN) DE ESTUDIOS BÁSICOS
SECTORIALES

UNIDAD ACADÉMICA DE

PROGRAMA (Sinóptico) DE: GEOMETRÍA DIFERENCIAL

IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA

CÓDIGO ÓPTICO:

920128

UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO:

Área curricular: _____, _____, X _____,

FG

FPB

FPE

AO

AA

PP

Eje curricular: ANÁLISIS _____ Ubicación en

el plan de estudio: VII SEMESTRE _____

Carácter: Obligatoria X o Electiva

Prelación o Requisitos: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Asignatura: _____ Código: 920128 Asignatura:

_____ Código: _____

Carga horaria: 6 HORAS SEMANALES

Horas por semana: T 4 , P 2 Horas

por semestre: T _____ , P _____

PROGRAMA ELABORADO POR: Prof. Fernando José Sánchez Salas

PROGRAMA ADMINISTRADO POR:

FECHA DE ELABORACIÓN:

Vº - Bº de: Coordinador de Unidad Académica:

OBJETIVOS GENERALES DE LA ASIGNATURA

Determinar la clase de isometría de una curva en el espacio euclídeo, de acuerdo a su curvatura y torsión;

Determinar la clase de isometría de una superficie sumergida en \mathbb{R}^3 de acuerdo a los invariantes de los tensores fundamentales de la inmersión y los invariantes; establecer la existencia de transformaciones conformes e isometrías entre superficies dadas;

Determinar las ecuaciones y propiedades de distintas familias de curvas sobre una superficie, en particular, de las curvas asintóticas, líneas de curvatura y geodésicas, determinadas por los tensores fundamentales;

Establecer relaciones entre las propiedades topológicas globales de una superficie compacta orientable y sus invariantes locales, con énfasis en la curvatura gaussiana;

CONTENIDOS TEÓRICOS

UNIDAD 1 : CURVAS EN EL ESPACIO EUCLÍDEO

TEMAS

- 1) Curvas regulares. Parametrizaciones. Puntos singulares de una curva analítica. Ejemplos de curvas definidas por medios mecánicos y geométricos. Curvas en coordenadas polares.
- 2) Longitud de arco. Parametrización intrínseca.
- 3) Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Ecuaciones de Frenet-Serret.
- 4) Teorema Fundamental de la teoría local de curvas.

UNIDAD 2: TEORÍA LOCAL DE SUPERFICIES

TEMAS

- 1) Parametrizaciones de superficies. Superficies regulares y concepto de variedad bidimensional sumergida en \mathbb{R}^3 . Plano tangente y vector normal unitario. Difeomorfismos.
- 2) Primera Forma Fundamental: longitud y ángulo entre curvas sobre una superficie. Isometrías y transformaciones conformes entre superficies.

- 3) Geometría de la aplicación de Gauss: Segunda Forma Fundamental y sus invariantes. Curvatura normal, teorema de Meusnier. Curvaturas principales, teorema de Rodrigues. Líneas de curvatura. Fórmula de Euler. Curvatura Gaussiana. Indicatriz de Dupin.
- 4) Propiedades locales de una superficie inmersa: puntos elípticos, hiperbólicos, parabólicos, planares y umbílicos
- 5) Algunas clases especiales de superficies: superficies regladas y desarrollables, superficies minimales y superficies de revolución
- 6) Conexión de Levi-Civita de una superficie inmersa: derivada covariante y transporte paralelo. Ecuación de las líneas geodésicas. Relación de Clairaut y geodésicas de una superficie de revolución.
- 7) Algunos sistemas de coordenadas especiales. Aplicación exponencial y coordenadas geodésicas polares. Coordenadas geodésicas y coordenadas de Fermi. Estructuras conformes en superficies compactas orientables

UNIDAD 3: TEORÍA GLOBAL DE SUPERFICIES

TEMAS

- 1) Poliedros y clasificación topológica de superficies compactas. Orientabilidad. Superficies de Riemann y estructuras conformes
- 2) Teorema Egregio de Gauss e idea de geometrías no-euclidianas. Modelos de superficies de curvatura negativa. Axiomas de la geometría de Lobachevski. Plano de Poincaré
- 3) Formas diferenciales en superficies. Método del referencial móvil y ecuaciones de Cartan
- 4) Teorema de Gauss-Bonnet y sus aplicaciones

Observación: Por ser tópicos avanzados se sugiere asignar a los alumnos los temas de esta Unidad para ser presentados bajo la modalidad de Seminarios, bajo la orientación del profesor.

CONTENIDOS PRÁCTICOS

Práctica # 1: Determinar parametrizaciones de curvas. Dada una parametrización determinar sus puntos singulares y longitud de arco

Práctica # 2 : Dada una parametrización de una curva determinar su curvatura y torsión; dada la curvatura y torsión de una curva determinar su parametrización. Caracterización de las rectas, circunferencias y hélices de acuerdo a su curvatura y torsión

Práctica # 3 : Determinar parametrizaciones de curvas definidas explícita e implícitamente. Dada una parametrización calcular su espacio tangente y vector normal unitario. Establecer mapas entre superficies.

Práctica # 4 : Dada una superficie determinar su I Forma Fundamental. Usar los coeficientes de la I Forma Fundamental para determinar longitudes y ángulos entre curvas sobre una superficie

Práctica # 5 : calcular la II Forma Fundamental de una superficie inmersa y determinar sus invariantes

Práctica # 6 y # 7: caracterizar clases de isometría de superficies de acuerdo a los invariantes locales de sus tensores fundamentales. Superficies de curvatura nula. Existencia de superficies minimales. Integrar las ecuaciones de las geodésicas de ciertas clases de superficies especiales. Relación de Clairaut y geodésicas de una superficie de revolución

ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES

- Prácticas de Laboratorio
- Brainstorming
- Discusión y solución de problemas asignados
- Clase magistral
- Exposición y discusión de resultados orientados por instructivos

ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

- Exámenes escritos
- Informe de práctica de Laboratorio
- Exposiciones de los alumnos guiadas por instructivo preparados por el profesor Se dará 60% de la evaluación a los parciales y 40% a las prácticas, incluyendo los informes de laboratorio y exposiciones de los alumnos.

Además se entregarán dos listas de problemas para ser entregados como informe y expuestos en clase. La entrega de estas listas se hará dentro de un plazo no mayor a dos semanas.

DISTRIBUCIÓN DE LOS CONTENIDOS PROGRAMÁTICOS EN EL TIEMPO

Asignatura:

Sección:

Lapso/año:

Inicio:

Final:

Semana N°	Unidad N°*	Tema N°*	Teoría (Escriba nombre de los temas)	Práctica N°	Evaluación parcial	Observaciones
1	1	1	Curvas parametrizadas			
2	1	2 y 3	Longitud de arco, Ees. De Frenet	#1		
3	1	3 y 4	Curvatura y torsión	#2		Quiz, Práctica #1 y # 2
4	2	1	Superficies parametrizadas		1° Parcial	Unidad 1
5	2	1	Superficies: plano tangente, difeomorfismos	#3		
6	2	2	I Forma Fundamental			Quiz, Práctica # 3
7	2	3	II Forma Fundamental	#4		
8	2	3	(continuación): curvaturas	#5		Quiz, Práctica # 4
9	2	4 y 5	Propiedades locales. Superficies especiales		2° Parcial	Unidad 2, Temas 2 y 3
10	2	5	Superficies de revolución y minimales			Quiz, Práctica # 5
11	2	6	Conexiones y geodésicas	#6		
12	2	7	Teorema de Bonnet			Lista de Problemas
13	3	1	(continuación)	#7	3° Parcial	Unidad 2, Temas 2 - 6
14	3	2	Teorema de Clasificación Topológica			Seminario
15	3	2	Teorema Egregio de Gauss			Seminario
16	3	3	Geometría de Lobachevski. Plano de Poincaré			Seminario
17	3	4	Formalismo de Cartan			Seminario
18	3	4	Teorema de Gauss y aplicaciones			Seminario

Esta información servirá al profesor para el registro diario de clases (en hoja elaborada a los fines).

BIBLIOGRAFÍA

Manfredo Do Carmo : Differential Geometry of Curves and Surfaces. Prentice Hall

Klingenberg, W. : Curso de Geometría Diferencial. Edit. Alhambra

Pogorelov, I. : Geometría Diferencial. Mir, 1978

Fedenko : Problemas de geometría diferencial. Mir, 1981

O'Neill, B. : Elementos de Geometría Diferencial, Limusa-Wiley

Hicks, N. : Notas sobre Geometría Diferencial, Hispano Europea 1974