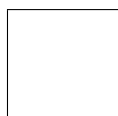


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID.

GEOMETRÍA II.

Junio de 2003.



Nombre y apellidos:

DNI:

1. Sea $\gamma(s)$ una curva birregular en el espacio, parametrizada por longitud de arco, y sea $\mathbf{t}(s)$ su tangente unitaria. Sea $s = \sigma(t)$ una función con $\sigma'(t) > 0$, y definamos la curva

$$\eta(t) = \int \mathbf{t}(\sigma(t)) dt .$$

- (a) Demuestra que $\eta(t)$ también es una parametrización por longitud de arco y calcula la curvatura y torsión de η en función de las de γ .
- (b) Para

$$\gamma(s) = (2 \cos \sqrt{s} + 2\sqrt{s} \sin \sqrt{s} , 2 \sin \sqrt{s} - 2\sqrt{s} \cos \sqrt{s} , 0)$$

y la función $\sigma(t) = t^2$, $t > 0$, calcula la curva $\eta(t)$ y dibuja γ y η . ¿Tienen γ y η la misma forma?

2. Define el concepto de línea geodésica y da sus propiedades.

3. Una superficie tiene, en unas coordenadas (u, v)

$$E = p \sin^2 u + \cos^2 u , \quad F = 0 , \quad G = p \cos^2 u ,$$

$$e = \frac{1}{\ell} , \quad f = 0 , \quad g = \frac{\cos^2 u}{\ell} ,$$

donde ℓ es una función que no se anula. Determina el valor del parámetro p para el cual la superficie es un trozo de esfera.

4. Una superficie tiene

$$E = v^2 , \quad F = 0 , \quad G = u^2 ,$$

en ciertas coordenadas curvilíneas (u, v) con $u > 0, v > 0$. Demuestra que es isométrica al plano (no hace falta que construyas la isometría).