

01372 Geometría Diferencial 1
Tercer Parcial — (12-04-1993)

Prof. José Ricardo ARTEAGA

NOMBRE: _____ CODIGO: _____

1. (Valor: 1.5) Considere la esfera unitaria S^2 .
 - a) Halle su primera forma fundamental y segunda forma fundamental.
 - b) Considere una "hélice" sobre la esfera que une el polo sur con el polo norte de tal manera que la trayectoria sólo da una vuelta sobre la esfera. Halle la longitud de la trayectoria y halle analíticamente la distancia entre los polos medida sobre la esfera. Compare los dos resultados.
 - c) Halle la ecuación del plano tangente a la esfera en el polo norte.

2. (Valor: 1) Probar que todos los planos tangentes a la superficie:

$$z = x\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$$

pasan por el origen de coordenadas.

3. (Valor: 1) Hallar la envolvente de la familia de esferas:

$$(x - a)^2 + y^2 + z^2 = 1$$

4. (Valor: 1.5) Demostrar que existe una aplicación isométrica del helicoido:

$$x = u \cos v, \quad y = u \sin v, \quad z = mv$$

sobre el catenoide:

$$x = \alpha \cos \beta, \quad y = \alpha \sin \beta, \quad z = m \operatorname{arctanh} \frac{\alpha}{m}$$

tal que las generatrices rectilíneas del helicoido corresponden a los meridianos del catenoide.

Nota: Investigue sobre el catenoide. Cómo se genera, que particularidad geométrica tiene, etc.