

MATE2410 Geometría Diferencial 1
Primer Parcial — (06/09/2004) ¹

Prof. José Ricardo ARTEAGA

Prob.	1	2	3	4	5	Total
Valor	10	10	10	10	10	50
Puntos						

Nombre:

Código:

En cualquiera de los puntos todas las superficies y curvas se consideran regulares. Justifique matemáticamente toda respuesta. En caso contrario se invalidará.

1. Considere la curva: $\beta(s) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \sin s, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s \right)$
 Halle la curvatura κ y la torsión τ .
2. Sea \mathbf{u}_p un vector tangente unitario en p a una curva sobre M , $\mathbf{u}_p \in T_p M$, $|\mathbf{u}_p| = 1$, y sea $\beta(s)$ una curva sobre M parametrizada con rapidez unitaria tal que $\beta(0) = p$ y $\beta'(0) = \mathbf{u}_p$. Demuestre que $k(\mathbf{u}_p) = \kappa \cos \theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores normales U y N .
3. Demuestre que si M es una superficie mínima, entonces $K \leq 0$. *Ayuda: Observe sus curvaturas principales.*
4. Sea M el cilindro $x^2 + y^2 = R^2$ parametrizado por $X(u, v) = (R \cos u, R \sin u, v)$
 - a) Muestre que el operador forma S está descrito en la base $\{X_u, X_v\}$ por $S(X_u) = -\frac{1}{R}X_u$, $S(X_v) = 0$.
 - b) Es ésta una superficie mínima?. Es 'llana' (flat)?. Explique.
5. Conteste Falso (F) o Verdadero (V). Justificación muy corta.
 - a) Si $\beta(s) = \int_0^s B_\alpha(t) dt$, donde $\alpha(s)$ es una curva con rapidez unitaria, entonces $\kappa_\beta = \tau_\alpha$.
 - b) El operador forma S tiene sus valores propios reales.
 - c) Si p es un punto umbílico, entonces $H(p) = 0$.
 - d) En términos de longitud de arco sucede que: $\kappa\tau = -T' \cdot B'$
 - e) Existe una curva $\alpha : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ con $\kappa = 0$ y $\tau = 1$

Tiempo: 50 minutos

Buena Suerte!

¹El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad"