

MATE2410 Geometría Diferencial 1
Primer Parcial — (05/09/2005) ¹

Prof. José Ricardo ARTEAGA

Prob.	1	2	3	Total
Valor	4	6	10	20
Puntos				

Nombre:

Código:

En cualquiera de los puntos todas las superficies y curvas se consideran regulares. Justifique matemáticamente toda respuesta. En caso contrario se invalidará.

1. Conteste Falso (F) o Verdadero (V). Justificación muy corta, una frase.
 - a) [2pt.] Si α es una curva plana cerrada simple (sin auto-intersecciones), de 6cm de longitud, entonces ella puede encerrar una superficie plana de 3cm^2 de área.
 - b) [2pt.] Existe en el plano una curva con rapidez unitaria tal que $\frac{\kappa}{\tau} = 1$

2. Considere la hélice circular $\alpha(s) = \left(\cos \frac{s}{\sqrt{2}}, \sin \frac{s}{\sqrt{2}}, \frac{s}{\sqrt{2}} \right)$.
 - a) [1pt.] Muestre que la curvatura $\kappa = \frac{1}{2}$.
 - b) [1pt.] Muestre que la torsión $\tau = \frac{1}{2}$.
 - c) [2pt.] Muestre, en general, que el vector de Darboux ω satisface: $\omega = \tau T + \kappa B$.
Ayuda: Escriba $\omega = aT + bN + cB$, y use la definición.
 - d) [2pt.] Halle el vector de Darboux de la hélice dada.
 Tiene alguna relación con el eje z ?

3. La superficie que se genera al rotar la catenaria $y = \cosh x$ alrededor del eje x se le conoce como catenoide.
 - a) [2pt.] **Hecho.** Al girar la curva $\alpha(u) = (g(u), h(u))$ alrededor del eje x , se obtiene una superficie de revolución con una parametrización que se puede escribir: $X(u, v) = (g(u), h(u) \cos(v), h(u) \sin(v))$. Use lo anterior para hallar una parametrización de la catenoide Σ .
 - b) [2pt.] Halle el vector normal $U = \frac{X_u \times X_v}{|X_u \times X_v|}$ para la catenoide Σ .
 - c) [2pt.] Halle los coeficientes de la Primera Forma Fundamental I de Σ .
 - d) [2pt.] Halle los coeficientes de la Segunda Forma Fundamental II de Σ .
 - e) [2pt.] Halle los coeficientes del Operador Forma S de Σ .

Tiempo: 50 minutos

Buena Suerte!

¹El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad"