

**MATE2410 Geometría Diferencial 1**  
**Tercer Parcial — (25/10/2004) <sup>1</sup>**

Prof. José Ricardo ARTEAGA

|        |   |    |    |    |       |
|--------|---|----|----|----|-------|
| Prob.  | 1 | 2  | 3  | 4  | Total |
| Valor  | 8 | 12 | 15 | 15 | 50    |
| Puntos |   |    |    |    |       |

Nombre:

Código:

En cualquiera de los puntos todas las superficies se consideran regulares y en  $\mathbb{R}^3$ .

1. Llene los espacios en blanco o diga si es Falso (F) o Verdadero (V) según el caso. **No es necesario justificar.** Conteste este punto aquí mismo.
  - a) Si  $M$  es una superficie mínima con parametrización isotérmica  $X$ , entonces  $X$  es una función \_\_\_\_\_
  - b) Dada una curva cerrada  $C$  en el espacio tridimensional, encontrar la superficie mínima que tenga a  $C$  como borde, se conoce como el problema de \_\_\_\_\_
  - c) Si  $X(u, v) = (u, v, f(u, v))$  es la parametrización de una superficie mínima entonces  $f$  es una función armónica. (F o V) \_\_\_\_\_
  - d) La función  $\phi = x^2 - y^2$  es una función armónica. (F o V) \_\_\_\_\_
  
2. Sea  $M$  una superficie mínima parametrizada con coordenadas isotérmicas  $X$ . Demostrar:
  - que  $m = 0$
  - y además  $l = -n$

donde los coeficientes de la segunda forma fundamental son  $\begin{bmatrix} l & m \\ m & n \end{bmatrix}$

3. Dadas  $(f, g) = (-\frac{i}{2}, \frac{1}{z})$  funciones en variable compleja.
  - Demuestre que  $f$  es holomorfa, que  $g$  es meromorfa, y que  $fg^2$  es holomorfa en algún dominio  $D$
  - Halle la solución a las ecuaciones integrales de la representación I de Weierstrass-Enneper, para hallar la parametrización de la superficie. Es ésta una superficie conocida?
  
4. Considere el hiperboloide  $M$  de un solo manto  $X(u, v) = (\cosh v \cos u, \cosh v \sin u, \sinh v)$ . Son los meridianos de esta superficie curvas geodésicas?. Justifique.

Tiempo: 50 minutos

**Buena Suerte!**

<sup>1</sup>El juramento del uniandino dice: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad