

## 1. Taller # 3

El objetivo de este taller es usar el hecho fundamental de los resultados del teorema de la representaciones II de Weierstrass-Enneper, que finalmente se puede interpretar que *toda función holomorfa*  $F(\tau)$  *define una superficie mínima (sorprendente!)*

1. Demuestre las fórmulas (4.4) a (4.7) de las hojas *Resumen de Teoremas y Fórmulas importantes*.
2. Sea  $F(\tau) = \frac{1}{2\tau^2}$  donde  $\tau = e^z$ . Muestre que la representación asociada a  $F(\tau)$  es un *catenoide*.
3. Sea  $F(\tau) = \frac{i}{2\tau^2}$  donde  $\tau = e^z$ . Muestre que la representación asociada a  $F(\tau)$  es un *helicoide*.
4. Sea  $(f, g) = \left(-\frac{e^{-z}}{2}, -e^z\right)$ . Muestre que la representación asociada a  $(f, g)$  es un *catenoide*.
5. Sea  $(f, g) = \left(-i\frac{e^{-z}}{2}, -e^z\right)$ . Muestre que la representación asociada a  $(f, g)$  es un *helicoide*.

## Ejercicios

Estos ejercicios se tratarán en el laboratorio *Superficies Mínimas y Maple*.

1. Sea  $(f, g) = \left(-\frac{i}{2}, \frac{1}{z}\right)$ . Muestre que la representación asociada a  $(f, g)$  es un *helicoide*.
2. Sea  $F(\tau) = i\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau^3}\right)$  donde  $\tau = e^{-iz/2}$ . Muestre que la representación asociada a  $F(\tau)$  es una *superficie de Catalan*.
3. Sea  $F(\tau) = 1 - \frac{1}{\tau^4}$  donde  $\tau = e^z$ . Muestre que la representación asociada a  $F(\tau)$  es una *superficie de Henneberg*<sup>1</sup>.
4. Sea  $F(\tau) = 1$ , lo cual es equivalente a tomar  $(f, g) = (1, z)$ . Muestre que la representación asociada a  $(f, g)$  es una *superficie de Enneper*.
5. Sea  $F(\tau) = \frac{2}{1-\tau^4}$ . Muestre que la representación asociada a  $F(\tau)$  es una *superficie de Sherk*.
6. Sea  $(f, g) = \left(z^2, \frac{1}{z^2}\right)$ . La representación asociada a  $(f, g)$  se le llama una *superficie de Richmond*.

---

<sup>1</sup>La superficie de Henneberg es importante por que es un ejemplo de una superficie mínima no orientable.