**MATE-2410 — Geometría Diferencial 1**

**Taller 3**

# 1. Taller # 3

El objetivo de este taller es usar el hecho fundamental de los resultados del teorema de la representaciones II de Weierstrass-Enneper, que finalmente se puede interpretar que *toda función holomorfa $F(\tau)$ define una superficie mínima* (**sorprendente!**)

1. Demuestre las fórmulas (4.4) a (4.7) de las hojas *Resumen de Teoremas y Fórmulas importantes.*
2. Sea $F(\tau) = \frac{1}{2\tau^2}$ donde $\tau = e^z$. Muestre que la representación asociada a $F(\tau)$ es un *catenoide.*
3. Sea $F(\tau) = \frac{i}{2\tau^2}$ donde $\tau = e^z$. Muestre que la representación asociada a $F(\tau)$ es un *helicoide.*
4. Sea $(f, g) = \left(-\frac{e^{-z}}{2}, -e^z\right)$. Muestre que la representación asociada a $(f, g)$ es un *catenoide.*
5. Sea $(f, g) = \left(-i\frac{e^{-z}}{2}, -e^z\right)$. Muestre que la representación asociada a $(f, g)$ es un *helicoide.*

# Ejercicios

Estos ejercicios se tratar'an en el laboratorio *Superficies Mínimas y Maple.*

1. Sea $(f, g) = \left(-\frac{i}{2}, \frac{1}{z}\right)$. Muestre que la representación asociada a $(f, g)$ es un *helicoide.*
2. Sea $F(\tau) = i\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau^3}\right)$ donde $\tau = e^{-iz/2}$. Muestre que la representación asociada a $F(\tau)$ es una *superficie de Catalan.*
3. Sea $F(\tau) = 1 - \frac{1}{\tau^4}$ donde $\tau = e^z$. Muestre que la representación asociada a $F(\tau)$ es una *superficie de Henneberg*[1].
4. Sea $F(\tau) = 1$, lo cual es equivalente a tomar $(f, g) = (1, z)$. Muestre que la representación asociada a $(f, g)$ es una *superficie de Enneper.*
5. Sea $F(\tau) = \frac{2}{1-\tau^4}$. Muestre que la representación asociada a $F(\tau)$ es una *superficie de Sherk.*
6. Sea $(f, g) = \left(z^2, \frac{1}{z^2}\right)$. La representación asociada a $(f, g)$ se le llama una *superficie de Richmond.*

[1] La superficie de Henneberg es importante por que es un ejemplo de una superficie mínima no orientable.