Universidad de los Andes Departamento de Matemáticas

MATE 2410 Geometría Diferencial - Sección: 1

Tarea # 1 en grupos (2 o 3)

(Fecha de entrega Viernes 2/09/2005)

Prof. j.r. ARTEAGA

Nombre: Código:

Nombre: Código:

Nombre: Código:

---

1. Dada la elipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

   a) Dibuje en un gráfico, t (horizontal) versus κ (vertical), el gráfico de su curvatura. Observe donde están los máximos y los mínimos de esta función. Diga aproximadamente dónde se encuentran y su valor.

   b) En un mismo gráfico, las gráficas de la elipse y su evoluta. Qué representan en la evoluta los máximos y los mínimos que encontró en el punto anterior?.

   c) Elija un punto sobre la elipse y calcule la curvatura en este punto. Halle entonces el radio de curvatura de la elipse en ese punto. Dibuje en un solo gráfico las siguientes tres curvas: La elipse, su evoluta y la circunferencia con centro sobre la normal a la superficie en el punto escogido que tiene radio igual al radio de curvatura. Dónde está el centro de esta circunferencia?

   d) La evoluta de la elipse es la misma Astroide para ella?. En caso que no lo sea encuentre y dibuje la Astroide de la elipse.

   e) Calcule la involuta[1] de la elipse. Luego la evoluta de la involuta de la elipse. Qué piede decir de la elipse y la evoluta de su involuta?. Su resultado es general para cualquier curva?. Demuéstrelo!.

2. Demuestre que evoluta de una tractiz (tome la tractriz con sus dos ramas) es una catenaria y que la involuta de una catenaria es una tractriz.

3. Demuestre que la curva

$$\alpha[n, a] = ae^{it} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-it)^k}{k!}$$

   es la n-ésima involuta pasando por $(a, 0)$ de una circunferencia de radio a.

4. Investigue qué es una curva **podaria** (o curva pedal) de una curva regular. Determine y represente gráficamente la curva podaria de la elipse del punto 1.

5. Investigue qué son las **circunferencias osculatrices** de una curva regular. Determine y represente las circunferencias osculatrices de la parábola $y = x^2$.

Nota: Para los gráficos que debe incluir, use algún software: Mathematica, Maple, MatCad, etc.

---

[1] En algunas traducciones involute se traduce como evolvente